

Pravděpodobnost a statistika ZS 2011/12
Zápočtový test
5.12.2011

Příklad 1

(i) Nechť má náhodná veličina X spojitě rozdělení s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} cx & x \in (0, 1) \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Spočtete čemu se musí rovnat konstanta c , dále střední hodnotu a rozptyl X .

(ii) Nechť X_1 a X_2 jsou nezávislé náhodné veličiny, stejně rozdělené s hustotou f stejnou jako výše. Spočtete hustotu a střední hodnotu náhodných veličin $Y = \max(X_1, X_2)$ a $Z = X_1 + X_2$.

Příklad 2

Uvažujme hazardní hru, kdy házíme dvěma nezávislými symetrickými mincemi. Alice sází na to, že padnou stejné symboly. Když padnou, získá korunu, když ne, korunu ztratí. Bob sází na to, že padnou oba líce. Když padnou, získá tři koruny, když ne, korunu ztratí.

- (i) Spočtete střední hodnotu a rozptyl zisku z jedné hry pro Alici i Boba zvlášť.
(ii) Vyjádřete sdružené rozdělení a spočtete kovarianci a korelační koeficient mezi jejich zisky.

Příklad 3

Úloha starostlivé paní docentové

Pan docent normálně chodí domů v šest hodin, občas ale přijde později. Když to nastane, znamená to, že se buďto zdržel v práci (s pravděpodobností $1/4$) nebo šel do hospody (s pravděpodobností $3/4$). Když se zdrží v práci, je pravděpodobnost že přijde domů do osmi hodin rovná 0.9 , když se zdrží v hospodě, tak 0.2 .

- (i) Šestá odbila a pan docent nikde. Jaká je pravděpodobnost, že přijde domů do osmi hodin?
(ii) Osmá odbila o pan docent stále nikde. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že šel do hospody, když víme že přišel až po osmé?

Příklad 4

Do záhonku jsme zasadili 100 semínek. Každé semínko do měsíce buďto vyklíčí nebo zahyne, pravděpodobnost vyklíčení je 0.8 . Za měsíc k záhonu přijdeme a budeme chtít vyklíčené rostlinky přesadit do květináčů, každou zvlášť. Kolik si máme nachystat květináčů, aby nám s pravděpodobností 99% vystačily? *Použijte CLV!*

Mnoho štěstí!

Poznámka: $\Phi^{-1}(0.95) \approx 1.645$, $\Phi^{-1}(0.975) \approx 1.960$, $\Phi^{-1}(0.99) \approx 2.326$, $\Phi^{-1}(0.995) \approx 2.576$