

## ZÁPOČTOVÁ PÍSEMKA

### VARIANTA A

---

1. Houbař si nese z lesa v košíku pět hub: tři holubinky a dvě muchomůrky. Přitom ale neví, že každá jeho holubinka je jedovatá s pravděpodobností 0.2 a každá muchomůrka je jedovatá s pravděpodobností 0.4.
  - (a) S jakou pravděpodobností měl houbař v košíku alespoň jednu jedovatou houbu?
  - (b) Večer manželka vybere z košíku náhodně jednu houbu a tu udělá k večeři. S jakou pravděpodobností se houbař při večeři otráví?
  - (c) Jestliže houbař přežil večeři ve zdraví, jaká je pravděpodobnost, že mu manželka připravila muchomůrku?
2. Doba strávená čekáním na úřadě (v hodinách) je náhodná veličina se spojitým rozdělením s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot e^{2x}, & \text{pro } x \in [0, 1], \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

- (a) Dopačítejte konstantu  $c > 0$ , aby  $f$  byla hustota.
  - (b) Spočítejte očekávanou dobu strávenou čekáním a její rozptyl.
  - (c) S jakou pravděpodobností budete na úřadě čekat déle než 20 minut?
  - (d) Určete medián doby čekání.
3. Lékař zakoupil do své ordinace diagnostický přístroj v ceně 100 000 Kč. Za jedno vyšetření na tomto přístroji je účtován poplatek 100 Kč. Počet pacientů vyšetřených přístrojem za jeden den je náhodná veličina se střední hodnotou 4 a rozptylem 4. Počty pacientů vyšetřených přístrojem v různých dnech jsou vzájemně nezávislé náhodné veličiny.
  - (a) Určete střední hodnotu a rozptyl peněz, které vybere lékař na poplatcích za jeden den.
  - (b) Zjistěte, s jakou pravděpodobností lékař během roku (cca 250 pracovních dní) vybere na poplatcích za vyšetření alespoň cenu přístroje.
4. V rybníce je  $N$  ryb ( $N > 20$ ), z nichž 4 jsou zlaté rybky a  $N - 4$  je obyčejných. Rybář náhodně vyloví z rybníka 10 ryb. Náhodná veličina  $X$  udává počet zlatých rybek, které rybář vylovil.
  - (a) Zapište rozdělení veličiny  $X$ .
  - (b) Spočítejte očekávaný počet vylovených zlatých rybek.
  - (c) Určete rozptyl počtu vylovených zlatých rybek.

## ZÁPOČTOVÁ PÍSEMKÁ

### VARIANTA B

1. Karel má v peněžence čtyři stokoruny a dvě dvoustekoruny. Každá jeho stokoruna je falešná s pravděpodobností 0.3 a dvoustekoruna je falešná s pravděpodobností 0.2.
  - (a) S jakou pravděpodobností má Karel v peněžence alespoň jednu falešnou bankovku?
  - (b) Při placení v obchodě Karel náhodně vybral jednu bankovku a tou zaplatil. S jakou pravděpodobností Karel zaplatil falešnou bankovkou?
  - (c) S jakou pravděpodobností platil Karel stokorunou, jestliže bankovka, kterou platil, nebyla falešná?
2. Doba strávená čekáním ve frontě na studijním oddělení (v hodinách) je náhodná veličina se spojitým rozdělením s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot e^{3x}, & \text{pro } x \in [0, 1], \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

- (a) Dopačítejte konstantu  $c > 0$ , aby  $f$  byla hustota.
  - (b) S jakou pravděpodobností budete na studijním oddělení čekat déle než 40 minut?
  - (c) Spočítejte očekávanou dobu strávenou čekáním a její rozptyl.
  - (d) Určete medián doby čekání.
3. V krabici je  $K$  mandarinek ( $K > 30$ ), z nichž 10 je shnilých a  $K - 10$  je v pořádku. Paní Nováková náhodně vybere 6 mandarinek a ty zakoupí synovi k Mikuláši. Náhodná veličina  $X$  udává počet shnilých mandarinek, které paní Nováková zakoupila.
  - (a) Zapište rozdělení veličiny  $X$ .
  - (b) Spočítejte očekávaný počet shnilých mandarinek paní Novákové.
  - (c) Určete rozptyl  $X$ .
4. Počet zákazníků, kteří navštíví automyčku v Dolní Lhotě za jeden den, je náhodná veličina se střední hodnotou 3 a rozptylem 3. Za umytí svého vozu zaplatí zákazník 200 Kč. Počty zákazníků v různých dnech jsou vzájemně nezávislé náhodné veličiny.
  - (a) Určete střední hodnotu a rozptyl peněz, které utrží automyčka za jeden den.
  - (b) Management automyčky plánuje, že za 300 dní vydělá automyčka alespoň 90 tisíc Kč. Zjistěte, s jakou pravděpodobností tento plán managementu nevyjde.