

Zápočtový domácí úkol
Pravděpodobnost a statistika (NMAI059)
Zimní semestr 2015-16

Simulace šíření zombie nákazy

Zombie si během každého dne vyhlédne náhodný počet obětí, který se řídí Poissonovým rozdělením s parametrem 5. Každá z těchto obětí je s pravděpodobností $1/2$ pokousána a na konci dne se přemění v další zombie (již následující den si tedy vyhlédne náhodný počet obětí, který se opět řídí Poissonovým rozdělením s parametrem 5). Předpokládejme pro jednoduchost, že počty vyhlédnutých obětí jednotlivých zombie a jevy pokousání/nepokousání jednotlivých obětí jsou všechny na sobě nezávislé.

1. Předpokládejme, že první den venku běhá a kouše jedna zombie. Nasimulujte šíření nákazy jeden týden. Kolik zombie venku běhá a kouše osmý den?
2. Předpokládejte, že bylo na začátku prvního dne umístěno po jedné zombie na 100 nezávislých místech a pozorujeme opět šíření nákazy jeden týden. Simulaci z první úlohy tedy proved'te celkem 100 krát a uložte si počty zombie na začátku osmého dne pro každé z těchto 100 míst. Nasimulované hodnoty považujte za pozorovaná data a dále:
 - (a) Odhadněte střední hodnotu počtu zombie na začátku osmého dne (bodový a 95% intervalový odhad).
 - (b) Lze statisticky (na 5% hladině významnosti) prokázat, že se střední hodnota počtu zombie na začátku osmého dne liší od 6000?
 - (c) Nakreslete histogramy pro počty zombie na začátku osmého dne v jednotlivých místech a zkuste podle obrázku navrhnout, jakým rozdělením se počet zombie na začátku osmého dne řídí.
 - (d) Otestujte shodu rozdělení počtu zombie na začátku osmého dne s normálním rozdělením (použijte Shapiro-Wilkův test - `shapiro.test()`).
 - (e) Do histogramů vykreslete hustoty příslušných normálních rozdělení.
3. Předpokládejme, že se navíc lidi napadení zombie brání. Konkrétně každý napadený, který se vyhne pokousání (tedy za podmínky, že není pokousaný), útočící zombie zneškodní s pravděpodobností $p = 1/5$ (a s pravděpodobností $4/5$ jen uteče a nechá zombie dále běhat a kousat). Takto zneškodněná zombie už zbývající vyhlídnuté oběti nepokouše. Opět simulujte šíření nákazy týden na 100 nezávislých místech s jednou startovní zombie na každém z nich.
 - (a) Odhadněte střední hodnotu počtu zombie na začátku osmého dne.
 - (b) Nakreslete histogramy pro počty zombie na začátku osmého dne v jednotlivých místech.
 - (c) Odhadněte pravděpodobnost, že počet zombie na začátku osmého dne nepřekročí 1000.
 - (d) Zkuste přibližně najít co nejmenší hodnotu p , pro kterou alespoň na 10% míst bude zombie nákaza zastavena.
 - (e) Odhadněte střední hodnotu počtu zombie na začátku osmého dne pro takto získané p .

Pokyny k vypracování

- Vaše řešení musí obsahovat zejména **komentář** vašich statistických úvah s relevantními výstupy simulací a jejich interpretací – **maximálně 3 strany** textu + obrázky. Velikost použitého fontu (v hlavních částech dokumentu) se musí pohybovat od 10 do 12 pt.
- Komentář řešení vyžadujeme v **souvislých** větách. Celý dokument musí být (včetně popisů tabulek a grafů) napsán konzistentně v jednom jazyce – čteme česky, slovensky, anglicky. Dokument tvořte v čem chcete (doporučujeme L^AT_EX, ale s MS Wordem či OO Writerem to také asi půjde), ale nám pošlete jenom **přf**! Obrázky zakomponujte do dokumentu, matematiku sázejte v kvalitě běžné v 21. století.
- Dále nám zašlete **váš komentovaný kód** použitý k analýzám a malování obrázků. Abychom si mohli vaše výsledky ověřit, nastavte `set.seed(ddmmyyy)` pro R podle vašeho data narození nebo v konstruktoru `new Random(ddmmyyy)` pro C# před prvním generováním náhodných čísel. Tento použitý **seed** nezapomeňte uvést ve svém řešení.
- Soubor s R nebo C# kódem nazvěte `prijmeni_jmeno.R` nebo `prijmeni_jmeno.cs`, soubor s hlavním komentářem nazvěte `prijmeni_jmeno.pdf`. V názvech souborů **nepoužívejte** diakritiku! Oba soubory zabalte do souboru nazvaného `prijmeni_jmeno.pripona` (přípona dle použitého kompresního programu) a pošlete **e-mailem** svému cvičícímu. Mějte na paměti, že v dnešní době odeslání e-mailu ještě neznamená jeho přijetí adresátem. Cvičící v přiměřené době obvykle potvrdí přijetí (maily však nečteme kontinuálně 24 hodin denně a často ani o víkendech). K balení prosím použijte výhradně jeden z programů: `zip`, `bzip2`, `gzip`, `tar -zcvf`.
- **Deadline** pro odeslání práce je **pondělí 13. března 2016** (23:59 CET). Práce došlé po tomto datu budou mazány.
- Jedná se o **samostatnou** práci. Pokud usoudíme, že se některá řešení navzájem příliš podobají, odměníme autory bonusem minus 30 bodů.
- Za práci je možno získat maximálně 40 bodů, přičemž 20 bodů bude uděleno za statistiku, 10 bodů za komentář k zdrojovému kódu a 10 bodů za celkový dojem z práce.