

Zápočtová písemka 11. 12. 2013

1) Pan Zubatý chová myši, které koušou. Když zkusí myši dát piškot, první myš ho při přebírání piškotu kousne s pravděpodobností $\frac{1}{2}$, druhá s pravděpodobností $\frac{1}{4}$ a třetí s pravděpodobností $\frac{1}{8}$.

a) Panu Zubatý zkusí do klece dát piškot. Po piškotu chňapne rovnoměrně náhodně vybraná myš, která pana Zubatého kousne. Jaká je pravděpodobnost, že pana Zubatého kousla první myš?

b) Pan Zubatý se nenechá odradit a zkusí postupně dát do klece tři piškoty. Po každém z piškotů chňapne rovnoměrně náhodně vybraná myš a ta pana Zubatého kousne. Jaká je pravděpodobnost, že pana Zubatého kousla třikrát ta samá myš?

2) Profesionální skokan vyskočí do výšky, která se řídí roděním daným hustotou (v metrech)

$$f(x) = 3 \left(\frac{1}{2x} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad x > \frac{1}{2}.$$

a) Do jaké výšky profesionální skokan průměrně vyskočí?

b) Podle NASA je člověk astronautem, pokud se pohybuje ve výšce 80 kilometrů nad zemským povrchem. Jaká je pravděpodobnost, že se profesionálnímu skokanovi podaří během 1000 výskoků stát astronautem?

3) Náhodný vektor (X, Y) má hustotu

$$f(x, y) = c(x + y)\mathbb{I}_{x, y \in [0, 1]}.$$

Určete konstantu c , sdruženou distribuční funkci a marginální hustoty. Rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé a zjistěte jejich korelaci. Jaké je rozdělení $X + Y$?

4) Pan Přímočarý se vrací opilý domů. Na začátku trasy je natočen kolmo ke dveřím domu, které jsou přesně uprostřed domu širokého 4 metry. K domu mu zbývá 200 kroků. Při každém kroku se vychýlí do boku o náhodnou vzdálenost se střední hodnotou 0 a rozptylem 0,5 metru. Jaká je pravděpodobnost, že pan Přímočarý mine dům? (použijte CLV)