

Zápočtová písemka – NMAI059 – 9. 1. 2013 – opravný termín

1. Se svým spolubydlícím hrajete kámen-nůžky-papír o to, kdo půjde vynést odpadky. Oba volíte zcela náhodně a v případě opakování nezávisle na předchozím kole.
 - (a) Jaká je pravděpodobnost, že v jednom kole stříhání vyhrajete, za podmínky, že nedojde k remíze? Zdůvodněte formálně.
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že k rozhodnutí o vítězi dojde až po k remízách? (určete pro všechny přípustné hodnoty k)
 - (c) Označme X počet remíz, ke kterým dojde před rozhodnutím. Určete střední hodnotu náhodné veličiny X . Načrtněte její distribuční funkci v intervalu $[-2,5;2,5]$.
2. Firma s elektronikou se v rámci své marketingové kampaně rozhodla oslovit svoje stávající zákazníky s akční nabídkou - velkou slevou na novou LCD televizi. Jednotliví zákazníci zcela nezávisle na sobě zareagují na tuto akční nabídku: s pravděpodobností $p \in (0,1)$ nabídku využijí a s pravděpodobností $1 - p$ ji nevyužijí.
 - (a) Předpokládejme, že firma oslovila 1000 zákazníků. Kolik potřebuje mít na skladě televizí, aby s pravděpodobností alespoň 0,99 uspokojila všechny zájemce o akční nabídku? Spočtete pro $p = 1/5$.
 - (b) Předpokládejme, že má firma na skladě 300 LCD televizí. Kolik má oslovit zákazníků, aby s pravděpodobností 0,9 vyprodala veškeré televize na skladě? Spočtete pro $p = 1/3$.
3. Uvažujme náhodnou veličinu X_1 s distribuční funkcí $F(x) = x^3, x \in (0,1)$, a $F(x) = 0, x \leq 0$.
 - (a) Určete $F(x)$ na zbývajícím intervalu ($x \geq 1$), aby byla opravdu distribuční funkcí náhodné veličiny.
 - (b) Určete hustotu, střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X_1 .
 - (c) Uvažujte náhodnou veličinu X_2 , která má stejné rozdělení jako X_1 a je s ní nezávislá. Určete sdruženou hustotu $f_{(X_1, X_2)'}(x, y)$ vektoru $(X_1, X_2)'$ a korelační koeficient ρ_{X_1, X_2} .
 - (d) Uvažte náhodnou veličinu $Y = \max(X_1, X_2)$. Určete její distribuční funkci a hustotu.
4. Uvažujte náhodný vektor $(X, Y)'$ s hustotou $f_{(X, Y)'}(x, y) = cxy$ pro $x \in (0;1), y \in (0;1)$, a rovnou 0 jinde.
 - (a) Určete hodnotu konstanty c tak, aby f skutečně byla hustotou náhodného vektoru.
 - (b) Určete marginální hustoty veličin X a Y a jejich kovarianci. Jsou tyto veličiny nezávislé?
 - (c) Určete střední hodnotu náhodné veličiny X , její distribuční funkci a kvantilovou funkci.

Hodně štěstí!