

Zápočtová písemka – NMAI059 – 4. 12. 2012 – Varianta B

- V osudí jsou tři modré a tři červené žetony. Náhodně vytáhneme jeden žeton, zapíšeme si jeho barvu a vrátíme jej zpět. Totéž opakujeme ještě dvakrát, vždy nezávisle na předchozích výsledcích (celkem proběhnou tři tahy). Označme X počet modrých žetonů v prvních dvou tazích a Y počet červených žetonů v posledních dvou tazích.
 - Určete sdružené rozdělení vektoru (X, Y) .
 - Určete marginální rozdělení veličin X a Y . Jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé?
 - Spočtete kovarianci $\text{Cov}(X, Y)$ a korelační koeficient ρ_{XY} .
- Uvažujme náhodnou veličinu X s hustotou $f(x) = c \cdot x, x \in (0, 1)$, a jinde rovnou nule.
 - Určete hodnotu konstanty c , aby $f(x)$ byla opravdu hustota náhodné veličiny.
 - Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X .
 - Určete distribuční funkci náhodné veličiny X a její medián.
 - Uvažujte náhodnou veličinu Y , která má stejné rozdělení jako X a je s ní nezávislá. Určete sdruženou hustotu $f_{(X,Y)}$ vektoru $(X, Y)'$ a korelační koeficient $\rho_{X,Y}$.
- Zaměstnanec pošty se snaží do dodávky naložit 100 balíků. Hmotnosti jednotlivých balíků jsou nezávislé, stejně rozdělené náhodné veličiny se střední hodnotou 4 kg a směrodatnou odchylkou 1.5 kg (tj. rozptyl je 2.25 kg^2).
 - Určete střední hodnotu a rozptyl celkové hmotnosti balíků.
 - Jaká je pravděpodobnost, že celková hmotnost balíků přesáhne udávanou nosnost dodávky, která je 430 kg?
 - Předpokládejme navíc, že hmotnost každého balíku má normální rozdělení se správnými parametry, tj. $N(4, 2.25)$. Jaká je pravděpodobnost, že hmotnost jednoho vybraného balíku bude větší než 4.3 kg?
- Revizor ze zkušenosti ví, že průměrně 1 z 10 cestujících nemá platnou jízdenku a každý cestující má/nemá platnou jízdenku nezávisle na ostatních.
 - Když revizor nastoupí do tramvaje, jaká je pravděpodobnost, že zkontroluje právě n platících cestujících předtím, než narazí na prvního černého pasažéra? Určete pro všechny přípustné hodnoty n . Jaký je očekávaný počet zkontrolovaných platících cestujících, než narazí na prvního černého pasažéra?
 - Na Malostranském náměstí nastoupí revizor do tramvaje, kde cestují sami cizinci. Jsou zde zastoupeni Britové, Němci a Rusové v poměru 2:3:1. Každý cizinec má platnou jízdenku s pravděpodobností $1/2$. Náhodně vybraný cestující nemá platnou jízdenku. Jaká je pravděpodobnost, že se revizor s cestujícím domluví, když revizor mluví rusky a jiný cizí jazyk neovládá? Zdůvodněte formálně.

Hodně štěstí!