

1. V komoře máte uložené tři krabice cukroví, které chcete dát svým příbuzným. Krabice obsahují vanilkové rohlíčky, linecká kolečka a vosí hnízda v různém poměru. Podíl jednotlivých druhů v krabici strýčka Alberta je následující: $1/8$ vanilkových rohlíčků, $2/8$ lineckých koleček a $5/8$ vosích hnízd. V krabici pro bratrance Billa jsou jednotlivé druhy cukroví zastoupeny v poměru $2:3:3$ (v pořadí uvedeném výše) a konečně pro sestřenici Penny máte nachystané cukroví v poměru $3:1:4$.
 - (a) O půlnoci se vydáte do komory zkontrolovat, že se cukroví nezkazilo. Potmě náhodně vyberete jednu ze tří krabic pro vaše příbuzné, z této krabice pak náhodně vyberete jeden kousek cukroví. Ochutnáním zjistíte, že to bylo vosí hnízdo. Jaká je pravděpodobnost, že jste ochutnávali z krabice pro strýčka Alberta?
 - (b) Pak si uvědomíte, že strýček Albert má opravdu rád vosí hnízda a měli byste jít zkontrolovat, že se v jeho krabici nezkazily. Najdete jeho krabici a stále potmě – tedy náhodně – z ní vybíráte kousky cukroví, dokud nenarazíte na vosí hnízdo (pokud vyberete kousek cukroví jiného druhu, vrátíte tento kousek zpátky). Jaká je pravděpodobnost, že vrátíte právě k kousků? Určete pro všechny přípustné hodnoty k . Jaký je očekávaný počet vrácených kousků?
2. Házíme třikrát mincí. Označme X počet líců v prvních dvou hodech a Y počet rubů v posledních dvou hodech.
 - (a) Určete sdružené rozdělení vektoru (X, Y) .
 - (b) Určete marginální rozdělení veličin X a Y . Jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé?
 - (c) Spočtete kovarianci $\text{Cov}(X, Y)$ a korelační koeficient ρ_{XY} .
3. Uvažujme náhodnou veličinu X s hustotou $f(x) = 2x, x \in (0, c)$, a jinde rovnou nule.
 - (a) Určete hodnotu konstanty c , aby $f(x)$ byla opravdu hustota náhodné veličiny.
 - (b) Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X .
 - (c) Určete distribuční funkci náhodné veličiny X a její medián.
 - (d) Uvažujte náhodnou veličinu Y , která má stejné rozdělení jako X a je s ní nezávislá. Určete sdruženou hustotu $f_{(X,Y)}$, vektoru $(X, Y)'$ a korelační koeficient $\rho_{X,Y}$.
4. Do letadla nastoupilo 100 cestujících. Hmotnosti jednotlivých cestujících jsou nezávislé, stejně rozdělené náhodné veličiny se střední hodnotou 80 kg a směrodatnou odchylkou 25 kg (tj. rozptyl je 625 kg^2).
 - (a) Určete střední hodnotu a rozptyl celkové hmotnosti cestujících.
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že celková hmotnost pasažérů přesáhne 8 500 kg?
 - (c) Předpokládejme navíc, že hmotnost každého cestujícího má normální rozdělení se správnými parametry, tj. $N(80, 625)$. Jaká je pravděpodobnost, že hmotnost jednoho vybraného pasažéra bude větší než 85 kg?

Hodně štěstí!