

## Zápočtová písemka 4. 12. 2012

1) Pana Zubatého bolí zub. Ve městě má 4 zubaře. Jeden z nich vyvrtá správný zub s pravděpodobností  $\frac{1}{32}$ , druhý s pravděpodobností  $\frac{1}{16}$  a zbývající dva s pravděpodobností  $\frac{1}{8}$ . Pan Zubatý si zubaře vybere rovnoměrně náhodně.

a) Předpokládejme, že panu Zubatému zubař vyvrtal správný zub. Jaká je pravděpodobnost, že pana Zubatého operoval první zubař?

b) Uvažujme, že se pan Zubatý nechal od zvoleného zubaře operovat dvakrát. Jaká je pravděpodobnost, že mu zubař alespoň jednou vyvrtal správný zub?

2) Doba čekání (v minutách) na výtah na vysokoškolské koleji má rozdělení s hustotou

$$f(x) = c \left( \frac{1}{x^2} \mathbb{I}_{[x>1]} + x^2 \mathbb{I}_{[0 \leq x \leq 1]} \right).$$

Určete konstantu  $c$ , distribuční funkci, očekávanou dobu čekání na výtah a pravděpodobnost, že výtah přijede do 2 minut.

3) Náhodný vektor  $(X, Y)$  má hustotu

$$f(x, y) = cxy \mathbb{I}_{x, y \in [0, 1]}.$$

Určete konstantu  $c$ , sdruženou distribuční funkci a marginální hustoty. Rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny  $X$  a  $Y$  nezávislé a zjistěte jejich kovariaci. Jaké je rozdělení  $X + Y$ ?

4) Šejk je na pouti a každé ze svých 100 manželek chce vyhrát plyšového medvěda. Jde ke stánku, kde musí pro každou výhru 3x zasáhnout terč (ne nutně bezprostředně po sobě). Pravděpodobnost zásahu je 0.1. Každý pokus stojí 20 korun, přičemž šejk má u sebe už jen 51 000 korun. Jaká je pravděpodobnost, že s penězi vystačí? (použijte CLV)